Liceo scientifico Leonardo da Vinci Pescara

# Approfondimento:
# La sezione aurea di Mario Livio

http://www.palumboeditore.it/portals/0/lo/demo/fibonacci/data/solidi1.htm

http://www.youtube.com/watch?v=QmTb7X6Tqyk

## Sequenze di numeri- I numeri di Fibonacci

La **sequenza di Fibonacci** è una successione di numeri interi naturali, in cui **ciascun numero** della sequenza **equivale alla somma** dei **due che lo precedono**:

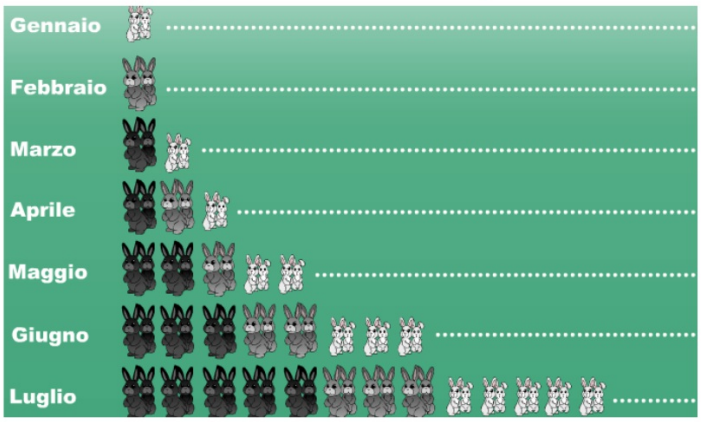
0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233...

La particolarità di questa sequenza sta nel fatto che essa trova riscontro in una straordinaria varietà di fenomeni naturali e artistici: dalla "regolarità" di proliferazione dei conigli, alla struttura della conchiglia del mollusco Nautilus, all'ordinamento delle scaglie dell'ananas...

In molte specie vegetali, poi, il numero di petali di ogni fiore è un numero della sequenza, così come la disposizione delle foglie lungo il ramo di una pianta (la *fillotassi*) segue un ordine "matematico" rappresentato da una spirale che si sviluppa in altezza seguendo la seria creata dai numeri di Fibonacci.

**Video**

http://www.palumboeditore.it/portals/0/lo/demo/fibonacci/data/solidi1.htm



Si possono constatare una serie di proprietà e relazioni:

• La somma di due numeri contigui forma il numero successivo della sequenza: 2+3=5; 13+21=34; 89+144=233; etc..

• Il limite che tende ad infinito del rapporto tra il numero e il successivo è uguale a 0,61803.

• Il limite che tende ad infinito del rapporto tra un numero e il suo precedente è uguale a 1,618.

• Il rapporto di un numero per il secondo che lo precede è sempre pari (tendente a) 2,618, che è il quadrato di 1,618.

• Se dividiamo qualsiasi numero per il secondo che lo precede nella sequenza, otterremo sempre due come risultato, e come resto il numero immediatamente precedente il divisore. Per esempio: 144/55=2 con il resto di 34;

• Escludendo 1 e 2, ogni numero della serie, moltiplicato per 4, fornisce un risultato, che aggiunto ad un numero di una nuova serie, dà un'altra serie di Fibonacci.

Esempio: 3*4=12+1=13 5*4=20+1=21 8*4=32+2=34 13*4=52+3=55 e così via..

Parlando della sequenza di Fibonacci, non si può non trattare anche della famosissima sezione aurea. Da sempre i filosofi, i matematici, ma soprattutto gli artisti, si sono chiesti quale fosse la maniera più bella per dividere un segmento. E' emerso che tutti ritenevano che la divisione ideale non corrispondeva alla metà, bensì a qualcosa in più della metà, precisamente quando il rapporto fra le due parti del segmento è di 1,618... Questo rapporto è chiamato sezione aurea.
Cosa c'entra la sezione aurea con i numeri di Fibonacci? Semplice: il rapporto fra due numeri di Fibonacci consecutivi, con l'alzarsi dei numeri, tende ad avvicinarsi sempre di più al coefficiente aureo, il nostro 1,618... Ecco mostrato in tabella l'evolversi dei rapporti fra numeri di Fibonacci consecutivi:

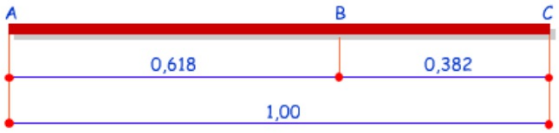
| | | | |
|---|---|---|---|
| 2 / 1 | 2 | 34 / 21 | 1,61905... |
| 3 / 2 | 1,5 | 55 / 34 | 1,61765... |
| 5 / 3 | 1,66666... | 89 / 55 | 1,61818... |
| 8 / 5 | 1,6 | 144 / 89 | 1,61798... |
| 13 / 8 | 1,625 | 233 / 144 | 1,61806... |
| 21 / 13 | 1,61538... | 377 / 233 | 1,61803... |

Una caratteristica importante del numero aureo è che esso non è trascendente come il *pi greco* o *e*, infatti la sezione aurea di un segmento viene definita come quella parte media proporzionale fra l'intero segmento e la parte rimanente. La proporzione può venire scritta così se la lunghezza del segmento rimanente è uguale a 1: **(n+1) : n = n : 1**. Da ciò si arriva alla formula $\mathbf{n^2 - n - 1 = 0}$, che fornisce l'esatto valore del coefficiente aureo:

$$N = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$$

**SEGMENTO AUREO**

Dato un segmento AC, si fissi un punto intermedio B in modo che lo divida in parti diseguali, le parti sono dette in rapporto aureo quando il tratto più corto BC sta al tratto più lungo AB come il tratto più lungo AB sta al segmento intero AC.




La proporzione è così espressa:

**BC: AB = AB: AC**

Per avere l'idea della proporzione, supponiamo che il segmento sia pari ad 1, possiamo così calcolare la misura dei due tratti AB e BC:

$$AB + BC = 1$$

$$BC = AB*AB/AC$$

$$BC = 1 - AB$$

uguagliando i termini e ricordando che AC = 1, si ottiene

$$1 - AB = AB*AB/1$$

$$AB = 0{,}618034$$

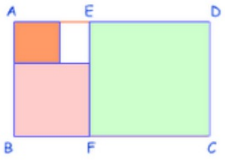
$$BC = 0{,}381966$$

il rapporto tra i due segmenti è pari a:

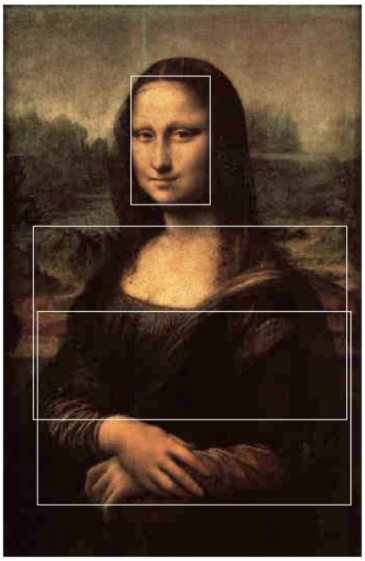
$$1{,}618034$$

## RETTANGOLO AUREO

Consideriamo un rettangolo con i lati in rapporto aureo AD/AB = 1,618. Se al suo interno tracciamo un quadrato, il rettangolo minore restante avrà i lati in rapporto aureo AB/AE = 1,618.



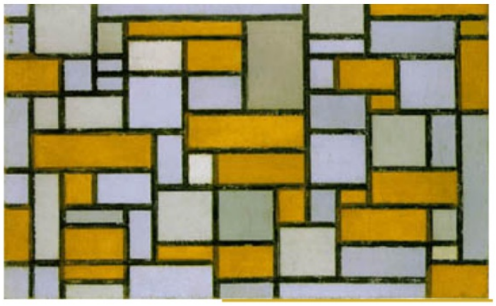

Se ripetiamo questa operazione un numero infinito di volte, otterremo sempre dei rettangoli con i lati in rapporto aureo tra loro...



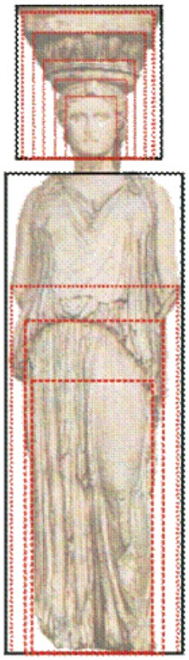
Nella **Gioconda** il rapporto aureo è stato individuato:

nella disposizione del quadro
nelle dimensioni del viso
nell'area che va dal collo a sopra le mani
in quella che va dalla scollatura dell'abito fino a sotto le mani.

Importanti anche i dipinti del pittore ottocentesco **Pierre Mondrian**,autore di numerosi quadri astratti in cui domina l'uso di figure geometriche. In questo quadro è ben visibile l'impostazione artistica di Mondrian che basa l'intero dipinto sull'accostamento di quadrati e rettangoli aurei.



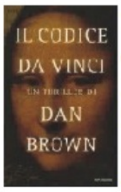
# FIDIA E IL PARTENONE



## Ancora....la sezione aurea...i numeri di Fibonacci

Negli oggetti quotidiani possiamo trovare alcuni esempi di sezione aurea, dalle schede telefoniche alle carte di credito e bancomat, dalle carte SIM dei cellulari alle musicassette: sono tutti rettangoli aurei con un rapporto tra base ed altezza pari a 1,618.

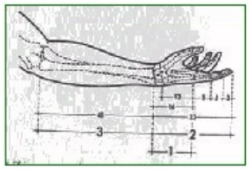
Tutti i pianeti interni distano dal Sole nelle proporzioni della successione di Fibonacci (Sole 1, Mercurio 1, Venere 2, Terra 3, Marte 5) e quelli esterni distano ugualmente da Giove (Giove 1, Saturno 1, Urano 2, Nettuno 3, Plutone 5); la distanza fra Marte e Giove è pari ad un decimo di quella fra il Sole e l' ultimo corpo astrale del Sistema Solare, cioè Plutone...

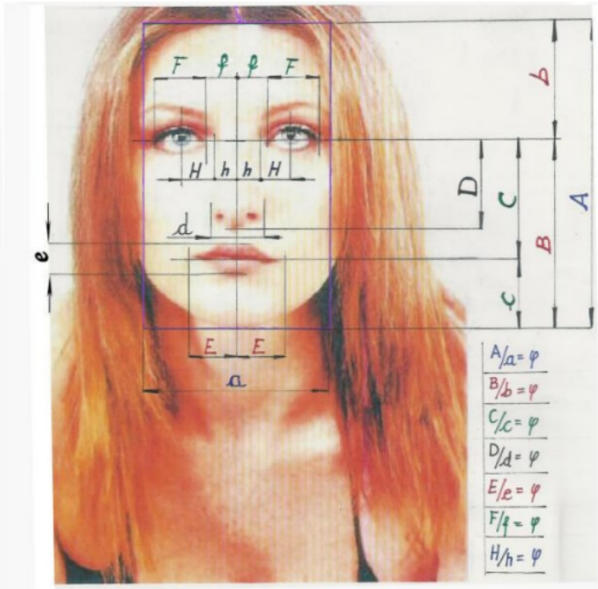



Nella letteratura contemporanea, Dan Brown dedica un paragrafo alla sezione aurea nell'avvincente thriller "Il codice da Vinci", pubblicato in Italia da A. Mondadori Editore. Secondo il romanzo, il Santo Graal non è, come la tradizione ha sempre creduto, una coppa in cui fu raccolto il sangue di Cristo, ma una persona, Maria Maddalena, la vera «coppa» che ha tenuto in sé il sang réal – in francese antico - il «sangue reale».

## IL CORPO UMANO E LA SEZIONE AUREA

**VIDEO da Geo&Geo**
**http://www.youtube.com/watch?v=QmTb7X6Tqyk**






=Volto di donna considerato da molti "bellissimo" =

"*Davvero la cosiddetta SEZIONE AUREA non finisce mai di stupire.*", con questa frase viene introdotto un interessantissimo articolo dal titolo "**Anche la pressione sanguigna ideale, che assicura longevità, corrisponde al rapporto della sezione aurea.**".
Link: http://mysterium.blogosfere.it/2009/12/anche-la-pressione-sanguigna-ideale-che-assicura-longevita-corrisponde-al-rapporto-della-sezione-aur.html

Infatti, sembra proprio così … È di questi giorni la notizia che una serissima università austriaca ha compiuto uno studio che dimostrerebbe che vive molto più a lungo chi, nella misura della pressione arteriosa sistemica, ha un rapporto tra pressione sistolica (massima) e pressione diastolica (minima) pari a 1,618.

## Successione di Fibonacci

La successione di Fibonacci, che indichiamo con $(F_n)_{\forall n \in N_0}$, è definita nel seguente modo:

$$\begin{cases} F_n = F_{n-2} + F_{n-1} & \forall n \geq 2 \\ F_0 = 0 \\ F_1 = 1 \end{cases}$$

Per determinare un qualsiasi termine della Successione di Fibonacci, la Formula di Binet si serve del famosissimo Rapporto Aureo.

Infatti, calcolando il limite del rapporto tra un termine della Successione con il suo precedente $\lim_n \frac{F_n}{F_{n-1}}$, otteniamo due soluzioni:

1. Il Numero Aureo $\Phi = \frac{1+\sqrt{5}}{2} = 1{,}6180339...$
2. Il suo reciproco $\phi = \frac{1-\sqrt{5}}{2} = 0{,}6180339...$

Ogni elemento della successione di Fibonacci è determinata dalla seguente formula:

$$\boxed{F_n = \frac{\Phi^n - \phi^n}{\sqrt{5}} \quad \forall n \in N_0}$$